ĐÁP ÁN Toán 3 CLC, HK I 2024-2025

Câu	Nội dung	Điểm
1		**1.5**
	a) $\mathbf{R}'(t) = \langle -3\sin(3t), 3\cos(3t), 3\rangle \Rightarrow \|\mathbf{R}'\| = 3\sqrt{2} \Rightarrow \mathbf{T}(\pi) = \frac{-\mathbf{j}+\mathbf{k}}{\sqrt{2}}$.	0.75
	b) $t: 0 \to \pi$, $S = \int_0^\pi \sqrt{18}dt = 3\sqrt{2}\pi$.	0.75
2		**1.5**
	$f_x = 3x^2 - 24y,\ f_y = -24x + 24y^2$	0.5
	$f_x = f_y = 0 \Rightarrow A(0;0), B(4;2)$	0.5
	$f_{xx} = 6x;\ f_{xy} = -24,\ f_{yy} = 48y$. Hàm số có cực tiểu ở B và điểm yên ngặc ở A	0.5
3		**1.5**
	Đặt $x = AB,\ y = AC, \hat{A} = \alpha$ suy ra $\frac{dx}{dt} = -2,\ \frac{dy}{dt} = 3$	0.5
	Từ công thức suy ra $\frac{dS}{dt} = \frac{1}{2}\left(y\sin\alpha\frac{dx}{dt} + x\sin\alpha\frac{dy}{dt} + xy\cos\alpha\frac{d\alpha}{dt}\right)$	0.5
	Do S là không đổi nên $dS = 0$	0.25
	Khi $x = 30, y = 20, \alpha = \frac{\pi}{6}$ suy ra $\frac{d\alpha}{dt} = \frac{-1}{12\sqrt{3}}$	0.25
4		**2.5**
	a) $D = \{(x,y) \mid 0 \le x \le \sqrt{1-y^2},\ -1 \le y \le 1\}$	0.5
	hoặc theo tọa độ cực: $0 \le r \le 1,\ \frac{-\pi}{2} \le \theta \le \frac{\pi}{2}$	
	$I = \int_{-1}^1 \int_0^{\sqrt{1-y^2}} xy^2 dxdy = \int_{-1}^1 \frac{y^2(1-y^2)}{2}dy$ hoặc $\int_{\pi/2}^{\pi/2}\int_0^1 r^4\cos\theta\sin^2\theta drd\theta$	0.5
	$I = \frac{2}{15}$	0.25
	b) Thể tích $V = \iint_D(\sqrt{2-x^2-y^2} - x^2 - y^2)dA$ với $D: x^2+y^2 \le 1$	0.5
	Tọa độ cực $I = \int_0^{2\pi}\int_0^1(\sqrt{2-r^2} - r^2)rdrd\theta$	0.5
	$V = \frac{8\sqrt{2}-7}{6}\pi \approx 2,2$	0.25
5		**1.5**
	a) $f_x = 2xe^{-y} \Rightarrow f(x,y) = x^2e^{-y} + g(y)$ hoặc chứng minh bằng $u_y = v_x = -2xe^{-y}$	0.5
	$f_y = 2y - x^2e^{-y} \Rightarrow f(x,y) = x^2e^{-y} + y^2 + C$	0.25
	b) C từ điểm A(1;0) đến B(0,2)	0.25
	$I = f(B) - f(A) = 3$	0.5
6		**1.5**
	a) $Div(\mathbf{F}) = -2 + 2z,\ curl(\mathbf{F}) = \langle 0,0,0\rangle$	0.5
	b)Phương trình mặt $(S): z = xe^y \Rightarrow z_x = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}},\ z_y = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$	0.25
	Thông lượng $= \iint\limits_D \langle -x,-y,z^2\rangle \cdot \langle z_x, z_y, -1\rangle dA = -\iint\limits_D(\sqrt{x^2+y^2} + x^2 + y^2)dA$	0.5
	$= -\int_0^{2\pi}\int_0^2(r+r^2)rdr = \frac{-40\pi}{3}$	0.25